高校数学の復習：等比数列

乗数の計算のところでは，高校数学で学んだ「等比数列」を使っています．復習をしておきましょう．

次のような数の並びを「等比数列」といいます．

例　　２，４，８，１６，３２，６４，１２８，２５６，．．．

最初の項が（　　）で，２番目の項は，最初の項に（　　）をかけています．３番目の項は２番目の項に（　　）をかけています．
このように前の項に一定の数を順々にかけていることがわかります．
このとき，最初の項を（　　　），毎回かけている一定の数を（　　　）といいます．
上の例では，初項は（　　），公比は（　　）です．

数列の初項をａ，公比をｒとすると，等比数列は次のようになります．

　　　　ａ，ａ×r，ａ×r×r，ａ×r×r×r，ａ×r×r×r×r, ...

ここで，r×r = r^2（２乗）, r×r×r = r^3（３乗），というように書きます．^は通称”ハット”（正確にはcircumflex）と読みます．
小さな上付き文字が使えないので，このようにハット記号を使います．
また，ハット（^）はコンピュータでは「〜乗」の記号として必ず使うので，この機会にぜひ覚えてください．

すると，上の数列は，次のようになります．

　　ａ，ａr，ａr^2，ａr^3，ａr^4, ...，ａr^n-1，ａr^n　　（１）

（１）の数列では，１番目（ａ）からｎ＋１番目（ａr^n）まで並べてあります．

（１）で，ｎの値が無限に続く場合を「無限等比数列」といいます．次のようになります．

　　ａ，ａr，ａr^2，ａr^3，ａr^4, ...，ａr^n-1，ａr^n, ...　（２）

n -> ∞（無限大を表す記号）となり，限りなく続きます．

■無限等比数列の和

次に，（２）で表される無限等比数列の和（合計）を計算するにはどうしたらよいかを考えます．
無限等比数列の和をＡで表すことにします．

Ａ＝a ＋ ａr ＋ ａr^2 ＋ ａr^3 ＋ ａr^4 +...+ ａr^n-1 ＋ ａr^n + ...（３）

（３）式の左辺と右辺に r をかけます．

rA=（　　） ＋ ａr^（　） ＋ ａr^（　） ＋ ａr^4 +....+ ａr^n ＋ ａr^(n+1) ＋ ......（４）

（３）の両辺から（４）の両辺を差し引きます．すると，次のように簡単になってしまうのです．

A - rA = （　　　）　　　（５）

（３）と（４）の右辺は無限大に続くので，（３）と（４）の違いは，（３）の方が最初の項（　　）が余分にあるだけなのでこのように消えてしまうのです．

（５）より，

```
          (         )
   A = ------------------       （6）
          (         )
```

言葉でかけば，

```
                            (         )
無限等比数列の和 ＝ --------------------------（重要)
                     1  –   (         )
```

上が「無限等比数列の和の公式」です．公比が１のケースは除きます．